

Spis zagadnień na egzamin dyplomowy licencjacki

Kierunek: Matematyka, studia I. stopnia

1. Zdanie logiczne, spójnik logiczny, rachunek zdań i tautologia. Inne podstawowe pojęcia z nimi związane oraz wiążące je zależności.
2. Pojęcie kwantyfikatorów i przykłady ich zastosowań dla formułowania definicji i twierdzeń.
3. Operacje na zbiorach: sumy, przekroje nieskończone zbiorów oraz iloczyn kartezyjański, w tym również nieskończonej rodziny zbiorów.
4. Moce zbiorów i liczby kardynalne; ich rodzaje, zależności oraz działania na nich.
5. Relacja równoważności jako szczególny przypadek relacji. Klasy abstrakcji i inne pojęcia związane z relacją równoważności.
6. Relacje porządkujące i ich typy.
7. Przestrzeń metryczna – podstawowe pojęcia z nią związane oraz rodzaje przestrzeni metrycznych.
8. Funkcja ciągła w przestrzeni metrycznej i jej własności.
9. Przestrzeń zupełna i jej właściwości.
10. Podstawowe struktury algebraiczne: grupoid, półgrupa, grupa, pierścień, ciało, moduł, przestrzeń liniowa i algebra liniowa. I wzajemne zależności.
11. Wielomian formalny. Struktury algebraiczne potrzebne do jego określenia. Struktura algebraiczna utworzona przez wielomiany.
12. Grupa symetryczna jako szczególny przykład grupy bijekcji zbioru.
13. Funkcja – określenie, podstawowe pojęcia z nią związane, w tym wykres funkcji i rodzaje funkcji.
14. Przekroje Dedekinda i ich zastosowanie do konstrukcji zbioru liczb rzeczywistych.
15. Określenie ciągu, granica ciągu w przestrzeni metrycznej. Własności liczbowych ciągów zbieżnych.
16. Kryteria zbieżności szeregów liczbowych o wyrazach dowolnych i nieujemnych.

17. Definicja Cauchy'ego i Heinego granicy funkcji. Podstawowe twierdzenia o granicach funkcji.
18. Zastosowanie twierdzenia Bolzano-Weierstrassa w dowodach własności funkcji ciągłych.
19. Twierdzenia o wartości średniej dla rachunku różniczkowego i przykłady ich zastosowań.
20. Reguła de l'Hospitala i jej zastosowania do obliczania granic wyrażeń nieoznaczonych.
21. Rozwijanie funkcji w szeregi potęgowe. Metody obliczania promienia zbieżności szeregu potęgowego.
22. Zastosowanie geometryczne całek oznaczonych.
23. Twierdzenia o wartości średniej dla rachunku całkowego.
24. Ekstremum funkcji dwóch zmiennych . Warunek konieczny i wystarczający istnienia ekstremum funkcji dwóch zmiennych.
25. Znajdowanie ekstremów funkcji uwikłanej.
26. Zastosowanie geometryczne całek podwójnych i potrójnych.
27. Określenie, własności i zastosowania całek krzywoliniowych skierowanych i nieskierowanych.
28. Określenie całki niewłaściwej. Bezwzględna i warunkowa zbieżność całek niewłaściwych. Kryterium całkowite zbieżności szeregów.
29. Własności ciągów w przestrzeniach metrycznych.
30. Aksjomaty oddzielania i związki między nimi w przestrzeniach topologicznych.
31. Wyróżnione zbiory w przestrzeniach metrycznych: zbiory otwarte, domknięte, brzegowe, gęste – ich określenia i wzajemne związki.
32. Twierdzenie Banacha o punkcie stałym i jego zastosowania.
33. Twierdzenie Baire'a i jego zastosowania.
34. Przestrzeń liniowa nad dowolnym ciałem (w szczególności nad \mathbf{R}): wektory liniowo zależne i wektory liniowo niezależne, wymiar i baza przestrzeni liniowej.
35. Rząd macierzy (definicja, warunki równoważne) i twierdzenie Kroneckera-Capellego.
36. Iloczyn skalarny, wektorowy i iloczyn mieszany wektorów w przestrzeni \mathbf{R}^n – definicje, własności, sposoby obliczania i zastosowania.
37. Równania płaszczyzny i prostej w przestrzeni.
38. Postać algebraiczna, trygonometryczna i wykładnicza liczby zespolonej oraz ich związki z działaniami w liczbach zespolonych.

39. Określoność formy kwadratowej i kryterium Sylwestera.
40. Krzywe stożkowe – definicje, równania oraz ich przedstawienia graficzne.
41. Powierzchnie 2 stopnia – definicje, równania oraz ich przedstawienia graficzne.
42. Przekształcenie liniowe. Macierz przekształcenia. Wartości i wektory własne macierzy, diagonalizacja macierzy.
43. Wielomiany – określenie, podstawowe pojęcia. Zagadnienie interpolacji wielomianowej.
44. Zastosowanie funkcji tworzących ciągu do rozwiązywania równań rekurencyjnych.
45. Definicja drzewa. Twierdzenie o liczbie drzew oznaczonych na n wierzchołkach.
46. Cykl Eulera i Hamiltona w grafie. Warunki ich istnienia.
47. Metody rozwiązywania równań różniczkowych I rzędu.
48. Metody rozwiązywania równań różniczkowych II rzędu.
49. Metody rozwiązywania równań różniczkowych wyższych rzędów i układów równań o stałych współczynnikach.
50. Klasyczna, geometryczna i aksjomatyczna definicja prawdopodobieństwa.
51. Podstawowe pojęcia związane z przestrzenią probabilistyczną.
52. Zjawisko Rungego w interpolacji wielomianowej.
53. Określenie całki oznaczonej. Metoda całkowania numerycznego.
54. Wybrane metody przybliżonego rozwiązywania równań nieliniowych z jedną niewiadomą.
55. Wzór Taylora i jego właściwości. Zagadnienie różniczkowania numerycznego przy zastosowaniu wzoru Taylora.
56. Równanie różniczkowe zwyczajne I rzędu, warunek początkowy. Wybrane numeryczne metody rozwiązywania zagadnień początkowych dla równań różniczkowych zwyczajnych I rzędu.
57. Definicja wyznacznika i jego właściwości. Metody rozwiązywania układów algebraicznych równań liniowych, obliczania wyznacznika i odwracania macierzy stosując wybrany rozkład LU.
58. Sposoby reprezentacji liczb w pamięci komputera.
59. Definicja grafu. Algorytmy wędrówki po grafie.
60. Sposób zapamiętywania informacji o grafie w pamięci komputera.
61. Podać definicję zmiennej losowej i jej charakterystyki.
62. Schemat Bernoulliego i rozkłady z nim związane.
63. Definicja, własności i zastosowanie rozkładu normalnego.

64. Rozkłady prawdopodobieństwa i ich własności.

65. Procedura weryfikacji hipotezy statystycznej.